یادگیری تقویتی
کاوش در برابر بهره‌برداری

محسن هوشمند
دانشکده تکنولوژی اطلاعات و علم رایانه
دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

اجزای یادگیری تقویتی

محیط

عامل

حالت

اقدام (عمل و حرکت) سیاست

پاداش

مسیر $s_0, a_0, r_1, s_1, a_1, r_2, \ldots$

با هدف یافتن بهترین دنباله‌ای که مجموعه پاداش‌ها بیشینه

اصول یادگیری تقویتی

i. مشاهدهٔ محیط (آگهی عامل از حالت فعلی)
ii. تصمیم به چگونگی اقدام مبنی بر استراتژی (سیاساتی) و اقدام
iii. تغییر محیط (انتقال به حالت جدید) و دریافت پاداش یا جریمه
iv. پردازش و تحلیل بازخورد (پاداش دریافتی از محیط) [یادگیری از تجارب و اصلاح سیاسات] ارزیابی سیاست
v. تکرار تا یافتن سیاست بهینه

کاوش و بهره‌برداری

کاوش- جستجو در فضای ناشناخته جهت یافتن سیاسات بهتر

بهره‌برداری- استفاده از دانش موجود برای تعیین سیاست

یادگیری همزمان و تعامل با محیط

استفاده محض از بهره‌برداری منجر به سیاست زیربهینه

نیاز به کاوش جهت جستجوی تمامی فضای جستجو

- آزمایش تمام مسیرها و حالت‌ها

یادگیری تقویتی

وجه ممیزهٔ ی‌ت از دیگر انواع یادگیری

- استفاده از اطلاعات آموزشی جهت «ارزیابی» کنش
  - محاسبهٔ پاداش دریافتی با اجرای کنشی خاص
  - دیگر روش‌ها «دیکته» یا «دستور» کنش مناسب
- موجب ایجاد نیاز به کاوش فعالانه و پویا
  - در راستای جستجوی آگاهانه و مشخص رفتار مناسب
- موجب دو نوع روش⟸ بازخورد ارزیابی در مقابل بازخورد دستوری
  - بازخوردگیری ارزیابی صرف در مقابل بازخوردگیری دستوری صرف
  - مورد متقدم
    - نمایشگر میزان خوبی کنش انجام پذیرفته
    - ارزیابی اعمال ارزش به کنش انجام یافته
    - عدم نمایش بهترین یا بدترین کنش
    - کاملا وابسته به انجام کنش
  - مورد متاخر
    - در بازخورد دستوری، اعمال ارزش به کنش بهینه‌ای که باید انجام می‌پذیرفت
    - نمایشگر بهترین کنش ممکن
    - کامل مستقل از وقوع کنش

تمرین: انواع روش‌های یادگیری در امور انسانی تحقیق شود و با مرجع گزارش شود.

ماشین سکه‌ای چند اهرم (راهزن)

مثال مسئلهٔ راهزن

- جهت بررسی جنبه‌های ارزیابانه
- صرفا در یک موقعیت
  - تک حالت
  - Non-associative

مسئله راهزن (دیگر نام‌ها)

- ماشین سکه
- Multi arm bandit (Ame)
- Single arm bandit
- Jackpot
- Slot machine(Bri)
- Fruitmachine (Bri)

ماشین سکه‌ای چند اهرم

انتخاب مکرر از بین چند گزینه

- هر انتخاب منجر به دریافت مقداری پاداش
- کدام اهرم را پشت سر هم بکشم تا در آینده مجموعه پاداش‌ها به بیشترین حد خود برسد.
- عدم اطلاع کاربر از هر ماشین
- امتحان چند بارهٔ دستگاه و ایجاد تدریجی درکی از امتیازات هر اهرم
- ⟸ بیشینه‌سازی امید کل پاداش در طول زمان
  - در قالب گام‌های زمانی

تمرین: صورت کلی مسئله راهزن را تحقیق کنید و چند مورد استفاده آن را در رایانه و دیگر شاخه‌های علوم گزارش کنید.

ماشین سکه‌ای چند اهرم

مسئله

فرض پاداش‌ها دارای توزیع نرمال

هر اهرم دارای یک میانگین و یک انحراف معیار

- بیش از ۹۹ درصد داده در بازهٔ ۶σ

$\Longleftarrow$ در هر بار اجرا دریافت پاداشی با توزیع احتمال مشخص

به دنبال اجرای کنشی در طولانی مدت با بیشترین میانگین پاداش

نحوه کلی کار

- تخصیص ارزشی به هر کنش انجام شده
- ارزیابی آنها و انتخاب کنش

ماشین سکه‌ای چند اهرم

ارزش واقعی کار یا ارزش بهینهٔ کنش a از k کنش

$$q_*(a) = E[R_t|A_t = a]$$

عدم امکان محاسبهٔ بالا در عمل

چرا؟

- در عمل شناختی از پاداش‌ها نداریم.
- استفاده از تقریب عددی

بازخورد ارزیابی

- فرایند تعیین تقریبی ارزش کنش‌ها از روی پاداش دریافتی

با تعیین ارزش کنش‌ها، انتخاب کنش با بیشترین ارزش

ماشین سکه‌ای چند اهرم

$Q_t(a)$

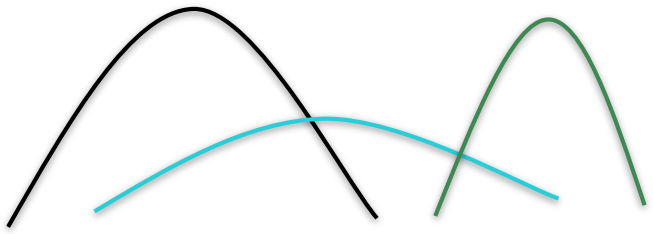
- نمایشگر تخمینی از ارزش کنش a در زمان t
- توجه به تفاوت آن با $q_*(a)$
  - مورد اخیر میزان واقعی که کاربر اطلاعی از آن ندارد.
- انتخاب کنش با بیشترین ارزش

$$A_t = arg\max_a Q_t(a)$$

- j_a^t: جمع پاداش‌های انتخاب کنش a تا پیش از زمان t
- N_a^t تعداد دفعات انتخاب کنش a تا پیش از زمان t

آن‌گاه:

$$\forall a, a \in \{1:k\}: Q_t(a) = \frac{j_a^t}{N_a^t} = \frac{\sum_{i=1}^{t-1} R_i . \mathbb{I}_{A_i=a}}{\sum_{i=1}^{t-1} \mathbb{I}_{A_i=a}} a$$



روش میانگین نمونه

- برابر با بهره‌برداری از اطلاعات تاکنون
- امکان بیشتر بودن پاداش کنشی در کوتاه مدت
- در ی‌ت محیط غالبا تصادفی ⟸مقایسه‌ها آماری
- وجود روش‌های دیگر
- لزوما بهترین روش نیست و وجود روش‌های دیگر برای تخمین مقدار تخمین ارزش- تمرین

سیاست حریصانه در مقابل حریصانه-اپسیلون

سیاست حریصانه:

- در صورت آزمایش کنش‌ها در هرزمان کنشی دارای بیشترین ارزش تخمینی
  - انتخاب چنین عملی ⟸ سیاست حریصانه
- انتخاب کنش با بیشترین ارزش (بهره‌برداری)

$$A_t = arg\max_a Q_t(a)$$

- بهره‌برداری از دانش فعلی ارزش کنش‌ها
- عدم انتخاب بیشترین مقدار
  - غیرحریصانه
  - در وادی کاوش
  - ایجاد امکان بهبود تقریب از ارزش کنش‌ها

بهره‌برداری قدمی مناسب برای بیشینه‌سازی ارزش در تک قدم

کاوش امکان تولید پاداش کل بزرگتر در بلندمدت

- پاداش کمتر کاوش در کوتاه‌مدت ولی پاداش بیشتر در بلندمدت (هنگام یافتن کنش‌های با ارزش والاتر(بار معنای (-;)

همیشه یک پای ماجرا کم است!؟

- عدم امکان کاوش و بهره‌برداری با اجرای کنشی واحد و منفرد
- ⟸ تعارش بین کاوش و بهره‌بردن

سیاست حریصانه در مقابل حریصانه-اپسیلون

انتخاب بین کاوش و بهره‌برداری

- پیچیده
- بسته به
  - ارزش دقیق تخمین‌ها
  - عدم‌قطعیت‌ها
  - تعداد اقدام باقی‌مانده

وجود روش‌های فراوان، و پر چم و خم جهت تعادل بین بهره و کاوش در راهزن k-اهرمی

- اما راهی خونی
- بیشتر روش‌ها دارای فرضیات قوی دربارهٔ مانایی و دانش قبلی
- هزینه محدود یا بهینگی دارای کمترین معنی در مواجهه با تغییر فرضیات

سیاست حریصانه در مقابل حریصانه-اپسیلون

سیاست حریصانه:

- انتخاب کنش با بیشترین ارزش (بهره‌برداری)

$$A_t = arg\max_a Q_t(a)$$

با میل t به بی‌نهایت،میل $Q_t(a)$ به $q_*(a)$

سیاست حریصانه با اپسیلون:

- انتخاب کنش با بیشترین ارزش با احتمال $1-\epsilon$ (بهره‌برداری) و انتخاب تصادفی با احتمال ϵ (کاوش)

$$A_t = \begin{cases} arg\max_a Q_t(a), p \in [0,1-\epsilon) \\ a \sim U(\{a_1, a_2, \dots, a_k\}), p \in [1-\epsilon, 1] \end{cases}$$

احتمال انتخاب کنش عمل حریصانه در روش مذکور

$$P = 1 - \epsilon + \epsilon \times \frac{1}{k}$$

سیاست حریصانه در مقابل حریصانه-اپسیلون

روش‌های ارزشِ کنش یا ارزش-کنش

$V(s)$ تابع ارزش حالت

$Q(s,a)$ تابع ارزش حالت-کنش

مسئلهٔ ماشین سکه

- صرفا یک حالت و چندین کنش
- پس $Q(s,a) \rightarrow Q(a)$
- کاربردهای عملی چون مدل‌سازی رفتار انسانی، سیستم‌های پیشنهاد دهنده، و آزمایشات بالینی

سیاست حریصانه در مقابل حریصانه-اپسیلون

الگوریتم حریصانه حالت خاصی از الگوریتم حریصانه با اپسیلون

- اپسیلون برابر صفر

محیط مانا

- در ابتدا انتخاب اپسیلون بزرگ و سپس میل تدریجی مقدار اپسیلون به صفر

محیط پویا (غیرمانا)

- اپسیلون غیرصفر

امکان محاسبهٔ ارزش‌ها با حافظهٔ کمتر

محاسبه بازگشتی یا افزایشی ارزش‌ها

Q_{n+1} ارزش کنش a پس از n-بار انتخاب در t تکرار آزمایش

نیاز به حافظهٔ زیاد- چاره‌ای برای بهینگی

- استفاده از رابطه بازگشتی برای کاهش پیچیدگی حافظه

$$Q_{n+1} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_i = \frac{1}{n}\left(R_n + \sum_{i=1}^{n-1} R_i\right) = \frac{1}{n}\left(R_n + (n-1)\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} R_i\right)$$

$$= \frac{1}{n}\left(R_n + (n-1)\underbrace{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} R_i}_{Q_n}\right) = \frac{1}{n}(R_n + (n-1)Q_n) = \frac{1}{n}(R_n + nQ_n - Q_n)$$

$$Q_{n+1} = Q_n + \frac{1}{n}[R_n - Q_n]$$

[تقریب،قدیم − هدف]اندازه،قدم + تقریب،قدیم = تقریب،جدید

- خطا $R_n - Q_n$
- به دنبال یافتن تخمینی از هدف
- روش بازگشتی یا افزایشی «میانگین نمونه»

سیاست حریصانه

شباهت با روش‌های بهینه‌سازی هموار و گردایانی و دیگر انواع یادگیری

نیاز به شرط اولیه

- در بیشتر اوقات $Q_1 = 0$
- در صورت وجود شناخت امکان تعریف مقدار خاصی برای بعضی از کنش‌ها

سیاست حریصانه

دلیل میانگین‌گیری

- فرض: پاداش‌ها دارای مقادیر توزیع نرمال ($R \sim N(\mu, \sigma^2)$

n بار نمونه‌برداری مستقل

$$\hat{\mu} = E(R) \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i$$

$$E(\hat{\mu}) = E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(r_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \underbrace{E(r_i)}_{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mu = \frac{1}{n} \times n\mu = \mu$$

$$Var(\hat{\mu}) = Var\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i\right) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} Var(r_i) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} \underbrace{Var(r_i)}_{\sigma^2} = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} \sigma^2 = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\underset{n \to \infty}{\text{حد}} Var(\hat{\mu}) = 0$$

- نتیجه نمونه‌گیری زیاد وردائی را صفر می‌کند و در نتیجه عدم قطعیت کاهش می‌یابد.

الگوریتم حل مسئلهٔ ماشین سکه چند بازو با سیاست حریصانه با اپسیلون

مقداردهی اولیه برای $a = 1:k$

- $Q(a) \leftarrow 0$
- $N(a) \leftarrow 0$

حلقه برای ابد

- $$A = \begin{cases} arg\max_a Q_t(a) , p \in [0,1-\epsilon] \\ a \text{تصادفی}, \quad p \in [1-\epsilon,1] \end{cases}$$
- $R \leftarrow rahzan(A)$
- $N(A) \leftarrow N(A) + 1$
- $Q(A) \leftarrow Q(A) + \frac{1}{N(A)}[R - Q(A)]$

انتهای الگوریتم

شبیه‌سازی

ده کنش روی کارهایی با ارزش‌های دارای توزیع نرمال استانده

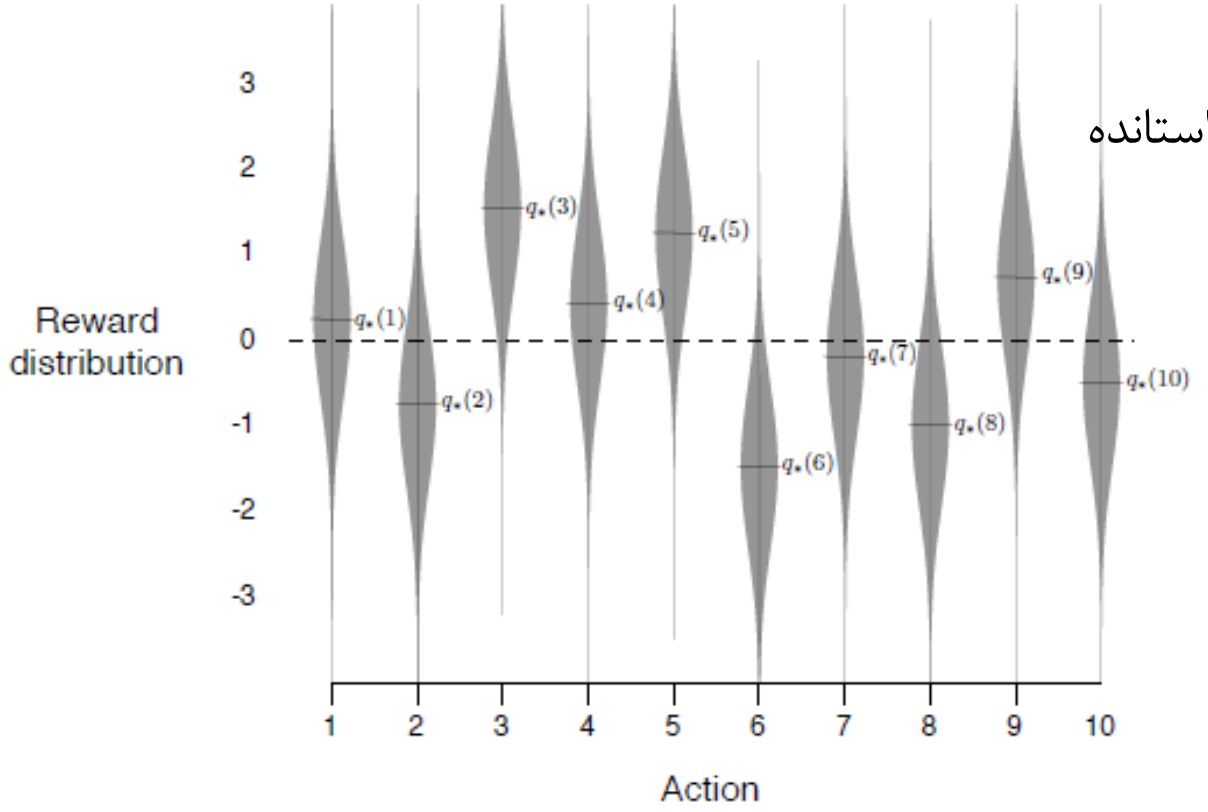
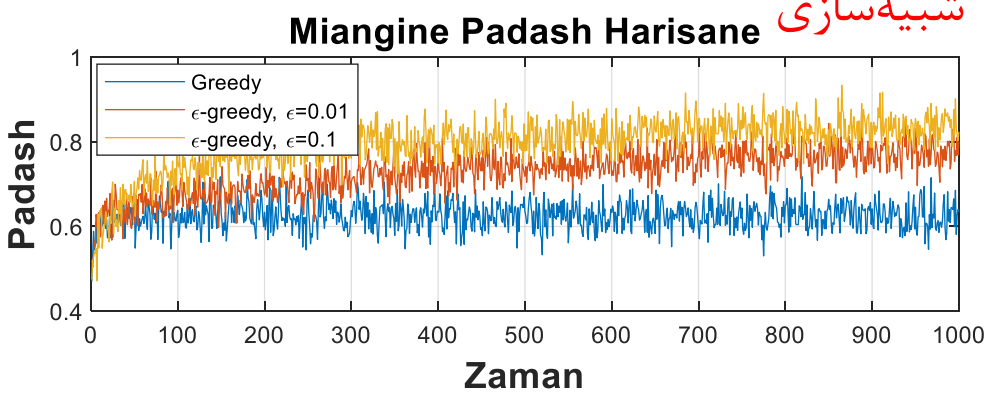
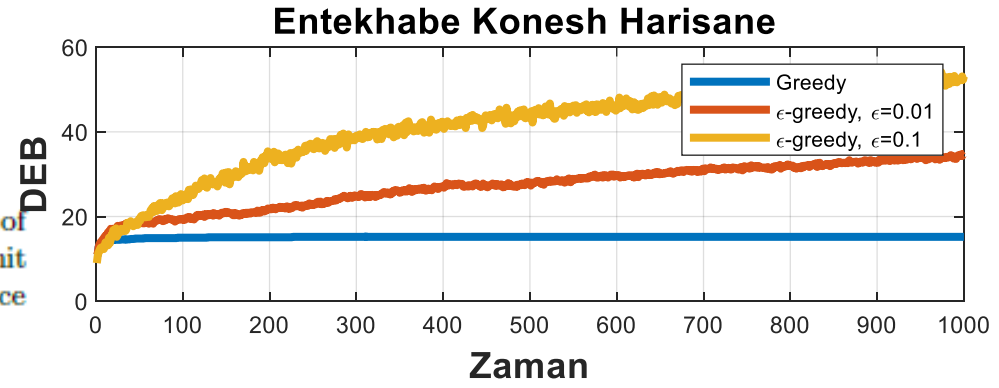


Figure 2.1: An example bandit problem from the 10-armed testbed. The true value $q_*(a)$ of each of the ten actions was selected according to a normal distribution with mean zero and unit variance, and then the actual rewards were selected according to a mean $q_*(a)$ unit variance normal distribution, as suggested by these gray distributions.

شبیه‌سازی





شبیه‌سازی

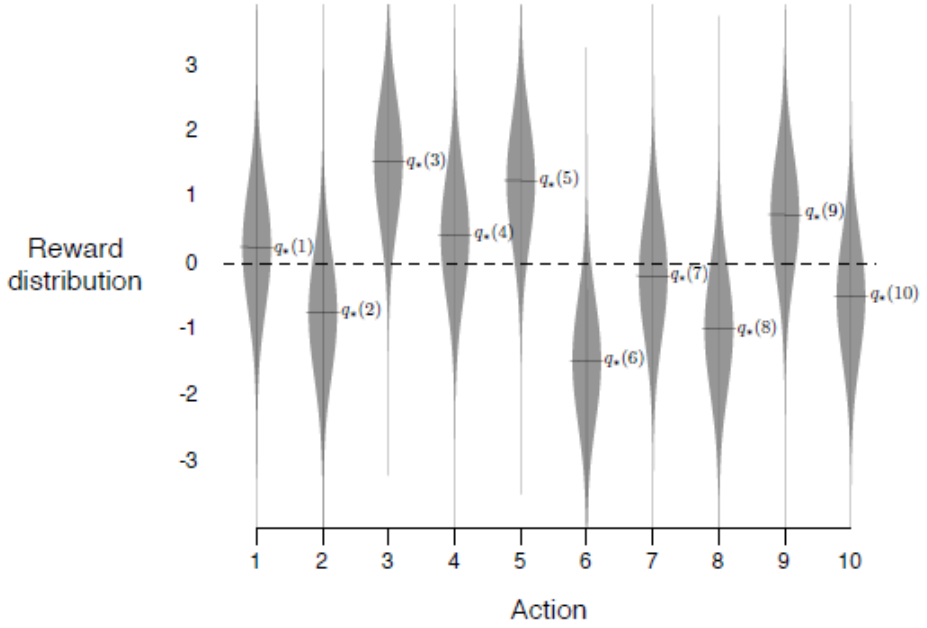


Figure 2.1: An example bandit problem from the 10-armed testbed. The true value $q_*(a)$ of each of the ten actions was selected according to a normal distribution with mean zero and unit variance, and then the actual rewards were selected according to a mean $q_*(a)$ unit variance normal distribution, as suggested by these gray distributions.

ده کنش روی کارهایی با ارزش‌های دارای توزیع نرمال استانده
- تاکنون مناسب برای مسئله راهزن مانا
- در عمل بیشتر محیط‌ها نامانا
  - ضرورت بررسی بهره‌برداری و کاوش در چنین محیطی

محیط‌های پویا (دارای تغییر مداوم)
- غیرمانا
- عامل باید هم‌پای آن مدام در حال یادگیری
- $\frac{1}{n}$ در $Q_{n+1} = Q_n + \frac{1}{n}[R_n - Q_n]$ موجب عدم تغییر در زمان‌های طولانی
- نامناسب بودن چنین عدم تغییری در محیط پویا
- امر مطلوب در وزن‌دهی به پاداش‌ها؟
  - وزن‌دهی بیشتر به پاداش‌های فعلی
- جانشینی با ضریب دیگر
  - معروف به طول قدم یا سرعت یادگیری

$$Q_{n+1} = Q_n + \alpha[R_n - Q_n]$$

الگوریتم اندازه-گام «ثابت» یا ضریب ثابت
- ادامهٔ فرایند یادگیری

معادله ضریب ثابت

$$
\begin{aligned}
Q_{n+1} &= Q_n + \alpha[R_n - Q_n] \\
&= \alpha R_n + (1-\alpha)Q_n \\
&= \alpha R_n + (1-\alpha)[\alpha R_{n-1} + (1-\alpha)Q_{n-1}] \\
&= \alpha R_n + (1-\alpha)\alpha R_{n-1} + (1-\alpha)^2\, Q_{n-1} \\
&= \alpha R_n + (1-\alpha)\alpha R_{n-1} + (1-\alpha)^2 \alpha R_{n-2} + \cdots + (1-\alpha)^{n-1}\, \alpha R_1 + (1-\alpha)^n\, Q_1 \\
&= (1-\alpha)^n\, Q_1 + \sum_{i=1}^{n} \alpha(1-\alpha)^{n-i}\, R_i
\end{aligned}
$$

$$(1-\alpha)^n \ + \sum_{i=1}^{n} \alpha(1-\alpha)^{n-i} =?= 1$$

- «میانگین وزنی»

Q_1 یا صفر یا مقدار تصادفی

- در صورت $Q_1 = 0$ میانگین کل پاداش‌ها

ارزش حالت معادل با ترکیب خطی وزن‌دار از پاداش‌هائی رخ داده در حالت مذکور

اهیمت بیشتر پاداش‌های نزدیکتر از لحاظ زمان

$$Q_{n+1} = (1-\alpha)^n\, Q_1 + \sum_{i=1}^{n} \alpha(1-\alpha)^{n-i}\, R_i$$

اهیمت بیشتر پاداش‌های نزدیکتر از لحاظ زمان

$$Q_{n+1} = (1-\alpha)^n\, Q_1 + \sum_{i=1}^{n} \alpha(1-\alpha)^{n-i}\, R_i$$

- $1-\alpha$؟

اهیمت بیشتر پاداش‌های نزدیکتر از لحاظ زمان

$$Q_{n+1} = (1-\alpha)^n\, Q_1 + \sum_{i=1}^{n} \alpha(1-\alpha)^{n-i}\, R_i$$

- $1-\alpha = 0$؟

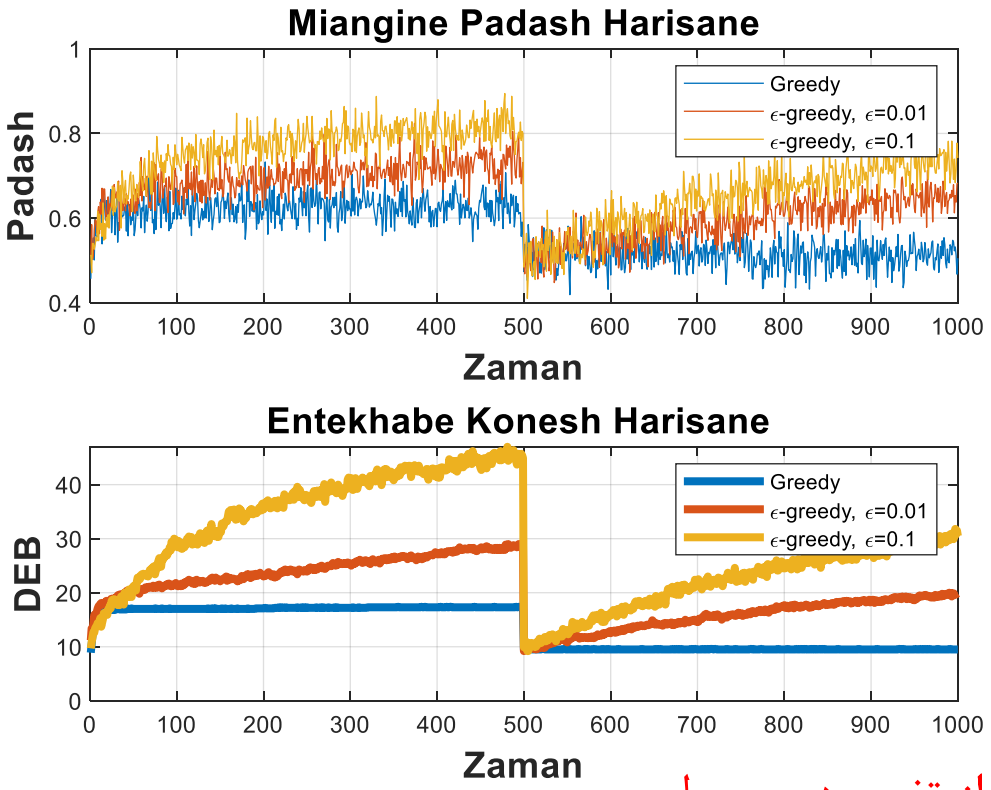
اهیمت بیشتر پاداش‌های نزدیکتر از لحاظ زمان

$$Q_{n+1} = (1-\alpha)^n Q_1 + \sum_{i=1}^{n} \alpha(1-\alpha)^{n-i} R_i$$

- $1-\alpha = 0$؟
- میانگین وزن‌دار نمایی متاخر exponential recency-weighted average

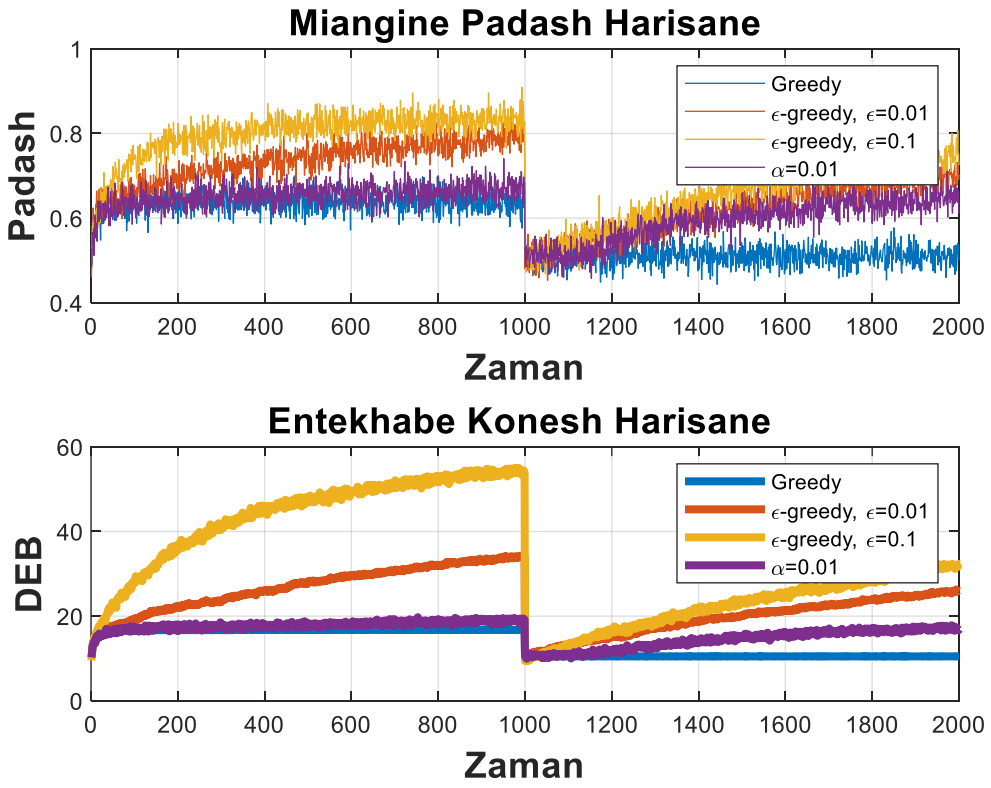
وضعیت محیط پویا (روش میانگین نمونه)-مثال

شبیه‌سازی



زمانبر بودن همگرایی پس از تغییر در محیط

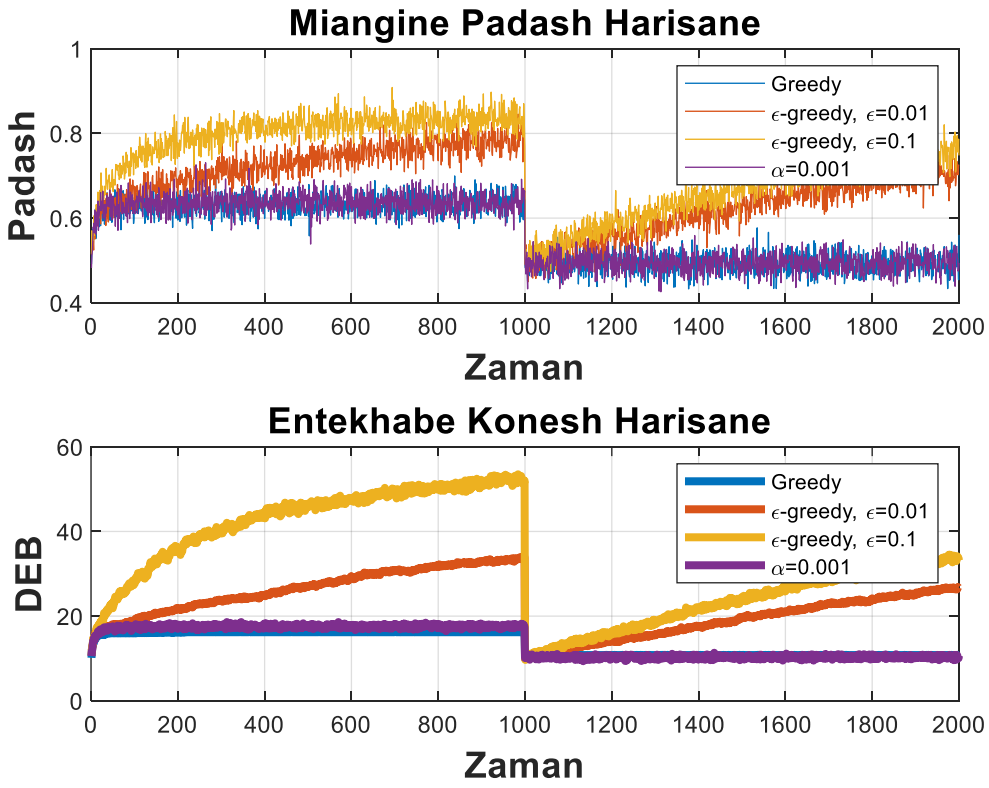
وضعیت محیط پویا (روش ضریب ثابت)-مثال



شبیه‌سازی

$\alpha = 0.01$

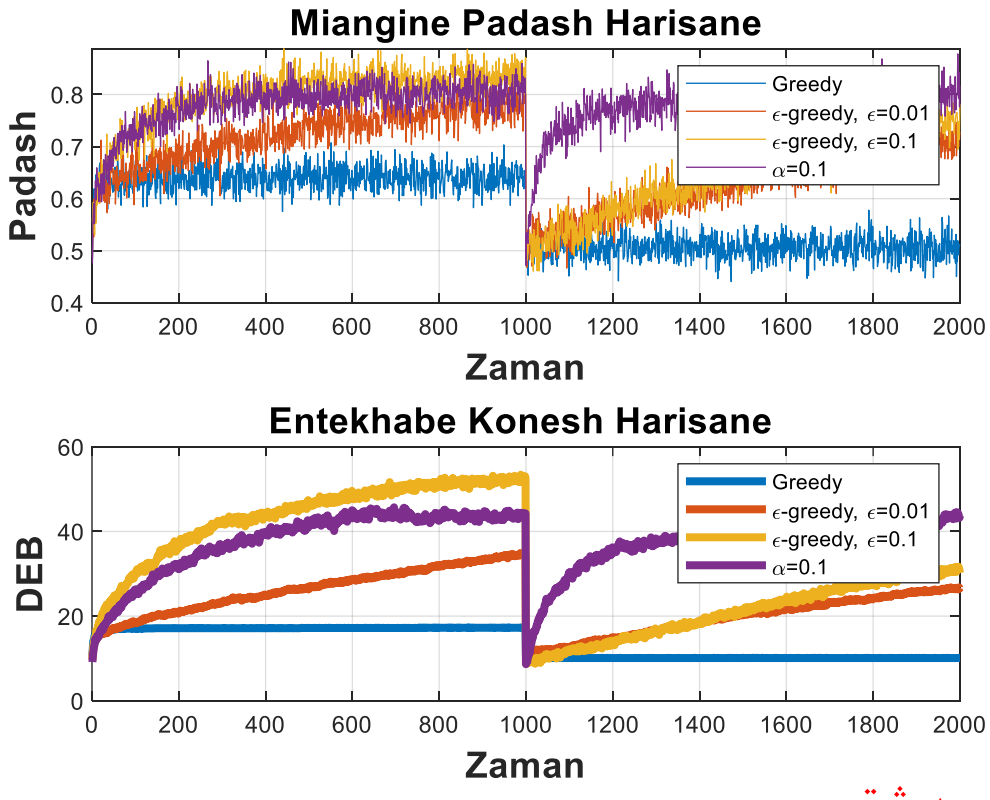
وضعیت محیط پویا (روش ضریب ثابت)-مثال



شبیه‌سازی

$\alpha = 0.001$

وضعیت محیط پویا (روش ضریب ثابت)-مثال

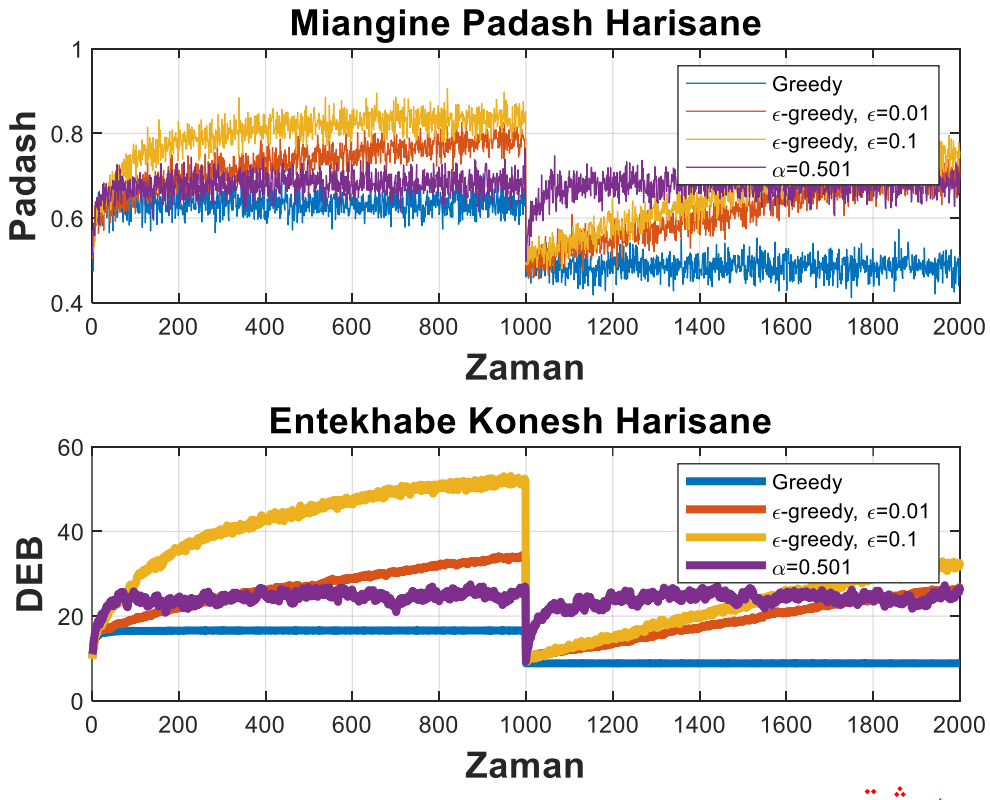


شبیه‌سازی

$\alpha = 0.1$

آلفای بزرگتر سرعت همگرایی بیشتر

وضعیت محیط پویا (روش ضریب ثابت)-مثال



شبیه‌سازی

$\alpha = 0.5$

آلفای بزرگتر سرعت همگرایی بیشتر

فراموشی پاداش‌های اولیه به مرور

- استفاده بر اساس مقادیر متاخر
- یاری‌رسان در محیط غیرمانا

الگوریتم با ضریب ثابت سرعت یادگیری حساس به شرایط اولیه

- هر چند حذف سوگیری در روش «میانگین نمونه»

$$Q_{n+1} = Q_n + \frac{1}{n}[R_n - Q_n]$$

بهتر بودن وابستگی آهنگ یادگیری به زمان در برخی مواقع

- $\alpha_n(a) = \frac{1}{n}$
  - میانگین نمونه

- $\Longleftarrow$ در الگوریتم سرعت ثابت همواره سوگیری اما در الگوریتم میانگین نمونه در صورتی که همه نمونه‌ها یکبار انتخاب شوند سوگیری حذف خواهد شد
  - Q_1 موجب کاوش زیاد در ابتدا

شروط کافی همگرائی الگوریتم

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(a) = \infty,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2(a) < \infty$$

- شرط اول به معنای واگرایی و حذف اثر شرایط اولیه در بلندمدت
- شرط دوم همگرایی به معنای ضمانت همگرایی در بلندمدت

$$\alpha_n = \frac{1}{n}$$

- رعایت هر دو شرط (شرط اول با انتگرال و شرط دوم با انالیز فوریه)

$$\alpha_n = \alpha$$

- برقرار نبودن یکی از شرط‌ها؟
- به معنای
  - همگرای کامل نشدن تخمین
  - تغییر در لبیک به پاداش‌های دریافتی اخیر
- مناسب برای محیط نامانا و بالتبع اکثر مسائل یادگیری تقویتی
- ممکن است به بهینه میل نکند.

شروط کافی همگرائی الگوریتم

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(a) = \infty,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2(a) < \infty$$

- شرط اول به معنای واگرایی و حذف اثر شرایط اولیه در بلندمدت
- شرط دوم همگرایی به معنای ضمانت همگرایی در بلندمدت

دربارهٔ وزن‌های مرعی شروط دوگانه

- همگرائی کند یا نیاز به تنظیمات فراوان جهت دستیابی به سرعت همگرائی مناسب
- استفادهٔ غالب از چنین وزن‌هایی در نظر و نادر در عمل و کاربردها و پژوهش‌های تجربی

مقداردهی خوشبینانه

روش‌های معرفی شده تاکنون وابسته به تخمین ارزش-عمل آغازین یا $Q_1(a)$

- در آئین آمار دچار سوگیری به مقدار اولیه
- روش میانگین نمونه
  - ناپدیدی سوگیری با انتخاب حداقل یکبارهٔ هر کنش
- روش میانگین وزن‌دار
  - باقی‌ماندن سوگیری در طول زمان هرچند با کوچکتر شدن تاثیر

عیب می جمله چو گفتی هنرش نیز بگو

- در عمل خیلی مسئله نیست و حتی دارای فایده در پاره‌ای از موارد و شرایط
  - هرچند نیاز به کاربر جهت مقداردهی
  - راهی ساده برای افزودن دانش پیشین از سطح امید پاداش

مقداردهی خوشبینانه

روش‌های معرفی شده تاکنون وابسته به تخمین ارزش-عمل آغازین یا $Q_1(a)$
- در آئین آمار دچار سوگیری به مقدار اولیه
- روش میانگین نمونه
  - ناپدیدی سوگیری با انتخاب یکبارهٔ

افزایش سرعت جستجو با استفاده از مقداردهی خوشبینانه
- شرط اولیه ارزش حالت‌ها بیشتر از بیشترین مقدار ممکن برای آن‌ها
- موجب وارسی تمامی کنش‌ها و باقی نگذاشتن کنش آزمون‌نشده در ابتدا
- صرفا مناسب در محیط‌های مانا
  - به دلیل موقتی بودن کاوش
- زیرا که Q1 در روش ضریب ثابت در مراحل بعد $(1-\alpha)^n\ Q_1$
- موجب سوگیری
- اما حذف در حالت مانا در طی یکی دو مرحله

امکان استفاده از مکاشفه‌هائی برای حساب شرایط اولیه خوش‌بینانه در محیط مانا

مقداردهی خوشبینانه

فرض توزیع پاداش $R \sim N(\mu,\sigma^2)$ تبعیت می‌کند

- لاجرم در بیش از ۹۹ درصد مواقع $R \in [\mu - 3\sigma,\mu + 3\sigma]$. $\Leftarrow$ در روش میانگین نمونه

$$n = 1: Q_2 = R_1$$

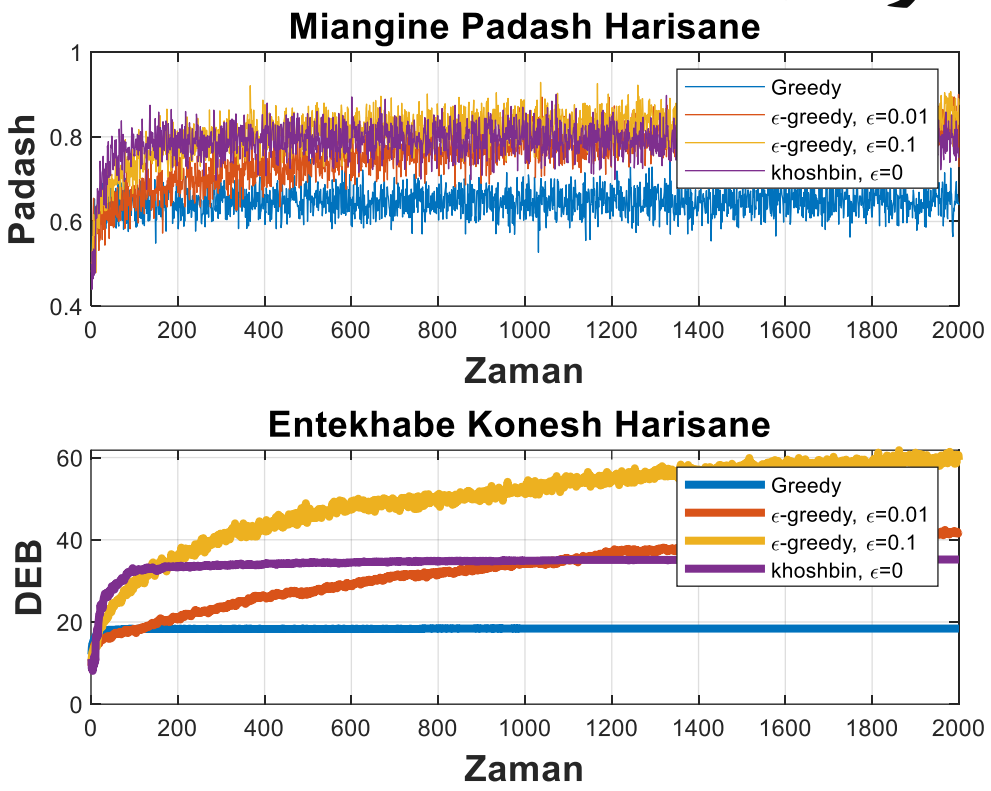
نیاز به انتخاب Q_1 به ازای کمتر از مقدار پاداش واقعی

$$Q_1 \approx \mu + 3\sigma + c$$

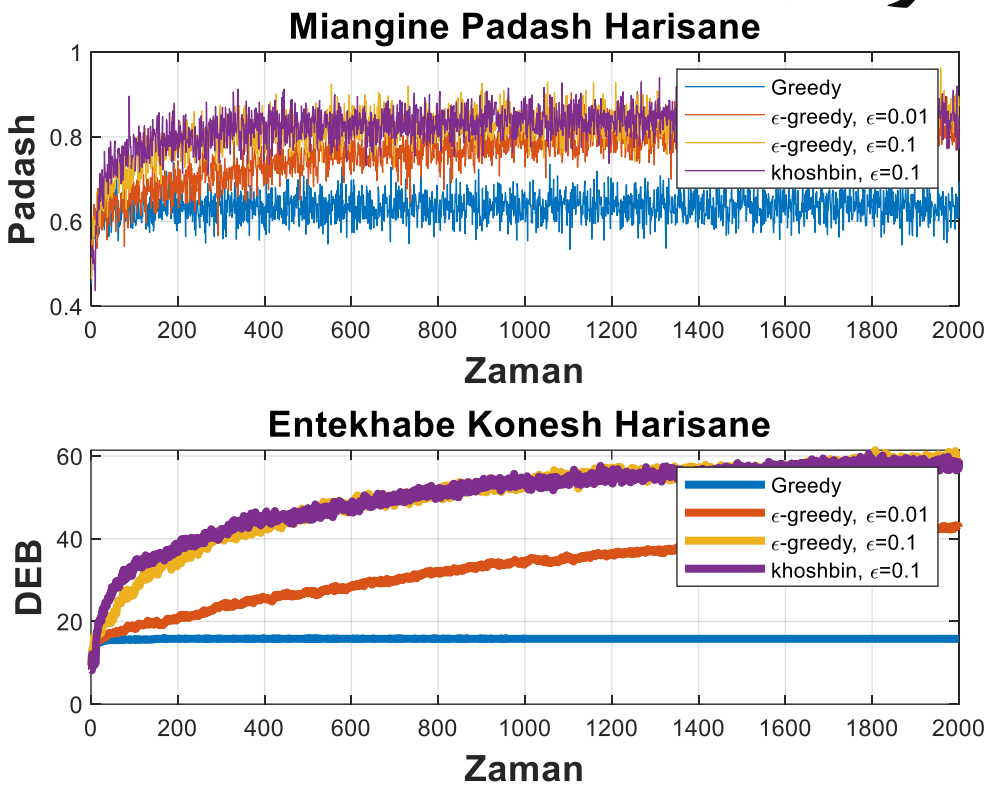
در کد خود ۵ قرار دهیم.

مقداردهی خوشبینانه

$\epsilon = 0$

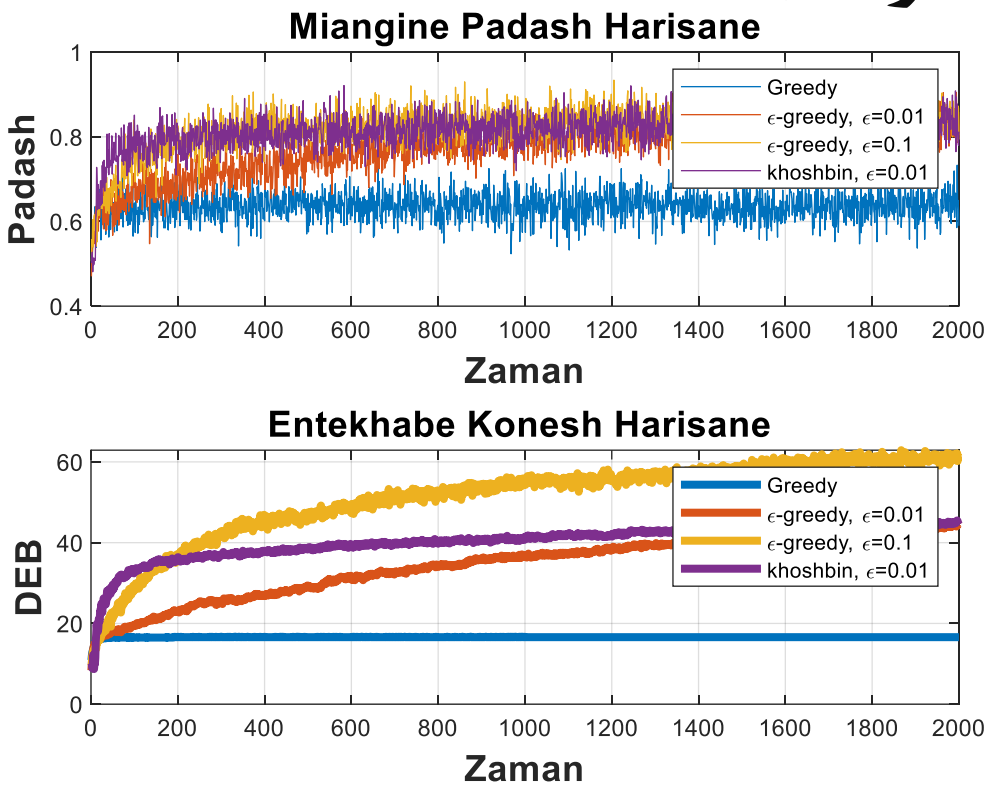


مقداردهی خوشبینانه



$\epsilon = 0.1$

مقداردهی خوشبینانه



$\epsilon = 0.01$

انتخاب خوشبینانه در آغاز

سرعت همگرایی کمتر در گام‌های آغازین؟

باقی نماندن کنش آزمایش‌نشده

کاوش بیشتر

سیاست محدودهٔ بالای اعتماد

نیاز به کاوش همیشگی

- به دلیل وجود عدم‌قطعیت دائمی در تخمین ارزش حالت‌ها
- روش‌های حریصانه
  - صرفا دانش فعلی
- روش‌های حریصانه با اپسیلون
  - کاوش ولی عدم تفاوت بین انتخاب‌ها
- روش مقداردهی خوش‌بینانه
  - مقداردهی به زمان‌های نخست
  - مشاهدهٔ افزایش در زمان‌های اولیه جستجو مقدار اولیهٔ خوشبینانه

مناسب بودن انتخاب کنش‌ها بر اساس الگویی

- بر اساس ترکیبی از بهینگی بالقوه و میزان عدم‌قطعیت
- به دیگر سخن، انتخاب کنش بهینه‌تر و دارای عدم‌قطعیت کمتر
- ⟸ سیاست محدوده بالای اعتماد
- معادله انتخاب کنش سیاست

$$A_t = arg\max_a \left[Q_t(a) + c\sqrt{\frac{\ln t}{N_t(a)}} \right]$$

سیاست محدودهٔ بالای اعتماد

$$A_t = arg\max_a \left[Q_t(a) + c\sqrt{\frac{\ln t}{N_t(a)}} \right]$$

انتخاب کنش بیشینه‌ساز عبارت مذکور

در صورت حذف بخش دوم (یا قرار دادن $c = 0$) به روش حریصانه

بخش ریشهٔ دوم

- اندازه‌گیری عدم‌قطعیت یا وردائی در تخمین ارزش کنش a
- c نمایش سطح اطمینان
- $N(a)$ شمارنده کنش a
  - $N(a) = 0$ به مثابه در نظر گرفتن a چون کنش بیشینه‌ساز
  - با انتخاب عمل مزبور افزایش شمارنده متناظر
  - کاهش عدم‌قطعیت
- lnt سبب‌ساز انتخاب تمامی کنش‌ها در طول زمان
  - با عدم انتخاب a افزایش t منجر به افزایش صورت
  - دلیل لگاریتم‌گیری؟

سیاست محدودهٔ بالای اعتماد

$$A_t = arg\max_a \left[Q_t(a) + c\sqrt{\frac{\ln t}{N_t(a)}} \right]$$

انتخاب کنش بیشینه‌ساز عبارت مذکور

در صورت حذف بخش دوم (یا قرار دادن $c = 0$) به روش حریصانه

بخش ریشهٔ دوم

- اندازه‌گیری عدم‌قطعیت یا وردائی در تخمین ارزش کنش a
- c نمایش سطح اطمینان
- $N(a)$ شمارنده کنش a
  - $N(a) = 0$ به مثابه در نظر گرفتن a چون کنش بیشینه‌ساز
  - با انتخاب عمل مزبور افزایش شمارنده متناظر
  - کاهش عدم‌قطعیت
- lnt سبب‌ساز انتخاب تمامی کنش‌ها در طول زمان
  - با عدم انتخاب a افزایش t منجر به افزایش صورت
  - دلیل لگاریتم‌گیری؟
  - کوچک شدن افزایش‌ها در طول زمان ولی بدون محدوده
- انتخاب کمتر کنش‌های با تخمین ارزش کمتر یا کنش‌های با بسامد بالای انتخاب در طول زمان
- امکان انتخاب دیگر کنش‌ها در زمان دستیابی بهینگی

سیاست محدودهٔ بالای اعتماد

$$A_t = arg\max_a \left[Q_t(a) + c\sqrt{\frac{\ln t}{N_t(a)}} \right]$$

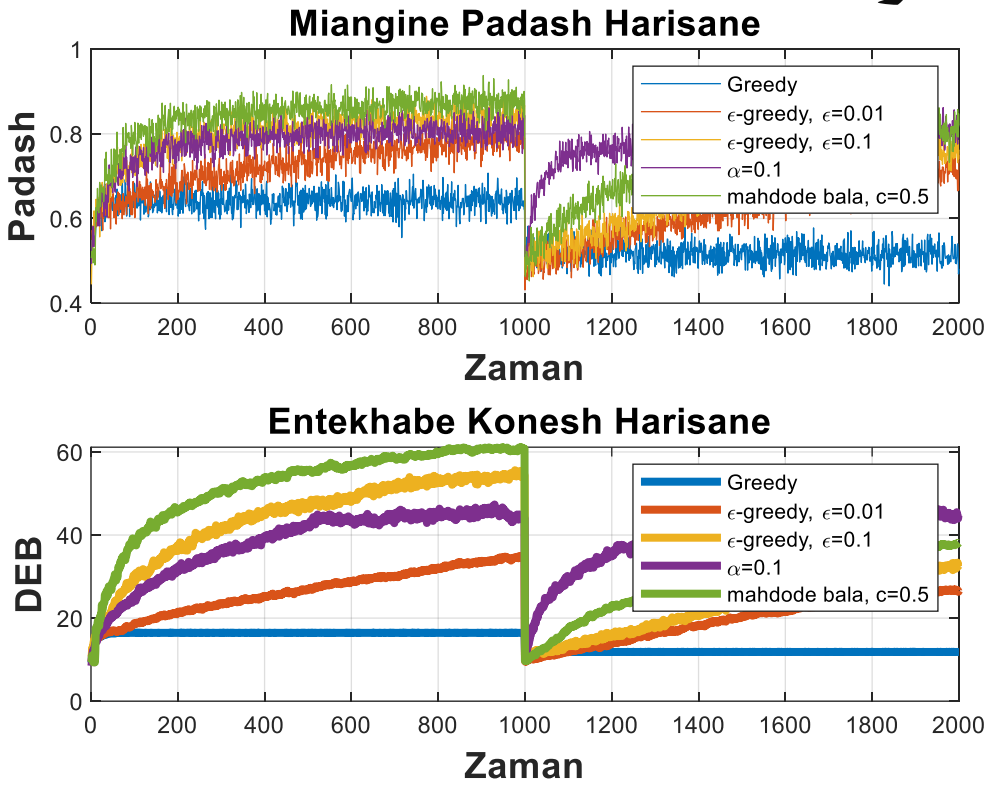
انتخاب کنش در صورت $N_t = 0$

- در نتیجه در قدم اولیه انتخاب همه کنش‌ها شبیه روش مقداردهی خوش‌بینانه

کاربرد روش صرفا برای ماشین سکه‌ای

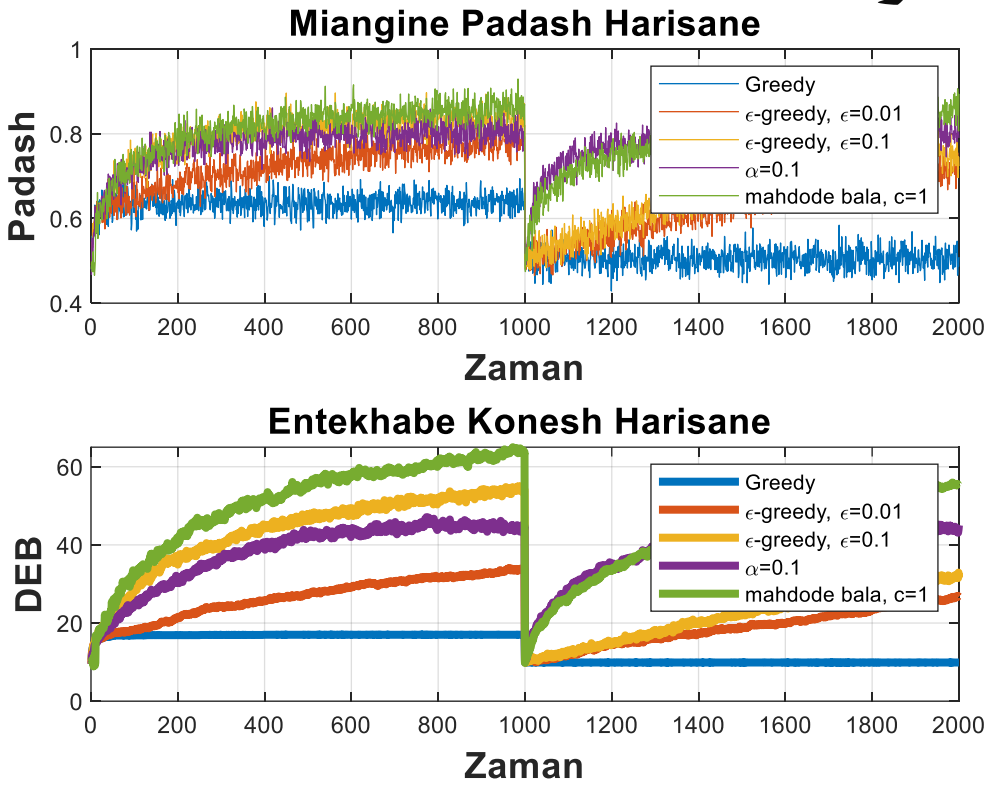
- مشکل بودن استفاده از آن در دیگر مسائل

سیاست محدودهٔ بالای اعتماد-شبیه‌سازی



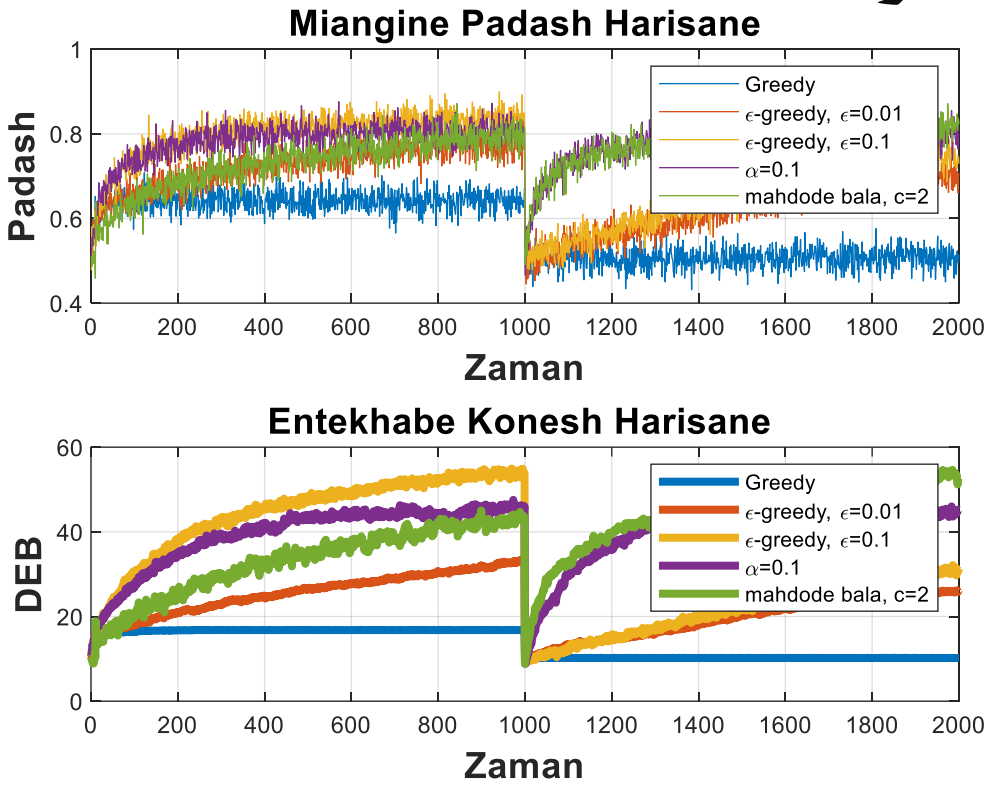
$c = 0.5$

سیاست محدودهٔ بالای اعتماد-شبیه‌سازی



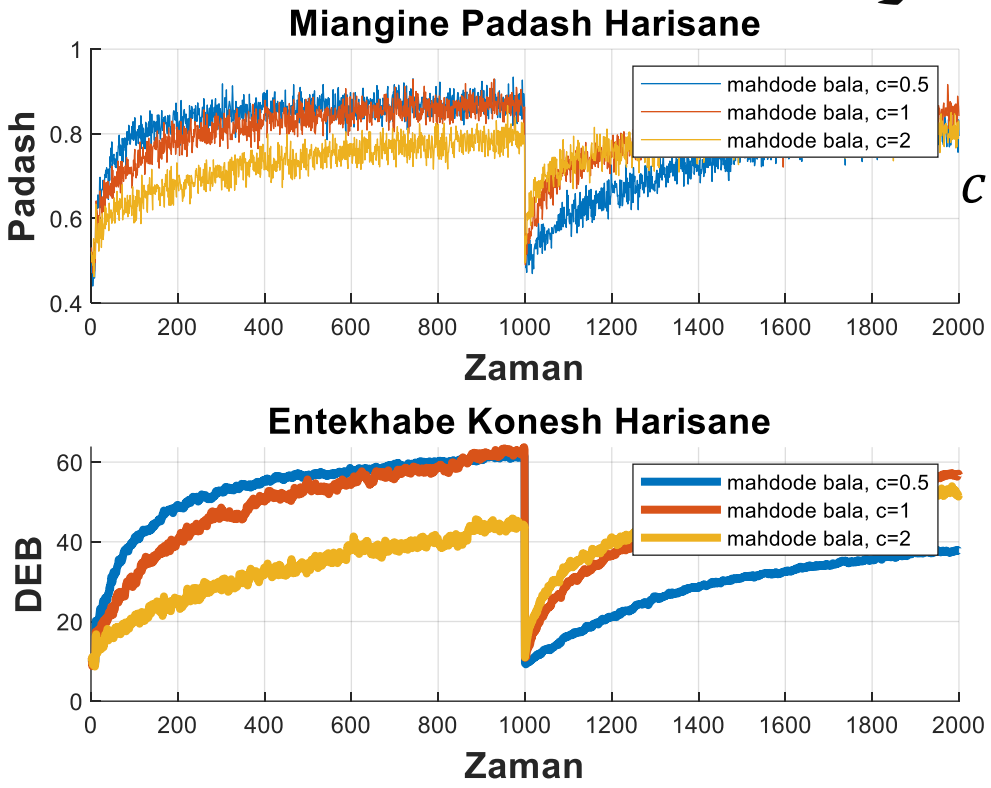
$c = 1$

سیاست محدودهٔ بالای اعتماد-شبیه‌سازی



$c = 2$

سیاست محدودهٔ بالای اعتماد-شبیه‌سازی



مقایسه همزمان سه مقدار c

سیاست محدودهٔ بالای اعتماد

$$A_t = arg\max_a \left[Q_t(a) + c\sqrt{\frac{\ln t}{N_t(a)}} \right]$$

انتخاب کنش در صورت $N_t = 0$

- در نتیجه در قدم اولیه انتخاب همه کنش‌ها شبیه روش مقداردهی خوش‌بینانه

کاربرد روش صرفا برای ماشین سکه‌ای

- مشکل بودن استفاده از آن در دیگر مسائل
- ؟
  - ناکارآمد در مسائل نامانا
  - در مواجهه با فضای حالت‌های بزرگ

سیاست راهزن گرادیانی

الگوریتم‌های حریصانه با اپسیلون و م‌ب‌ا

- مبنی بر تخمین تجربی ارزش کنش‌ها
- احتمال انجام کنش انتخاب ۱۰۰درصد و احتمال اجرای بقیهٔ کنش‌ها صفر درصد در این دو روش

دسته روش‌های دیگر

- امکان انتخاب اولویت و ترجیح (غیرقطعی) صرفا ترجیح یکی بر دیگری
  - اولویت بیشتر منجر به انتخاب بیشتر
  - عدم تفسیر ترجیح در قالب پاداش
  - صرفا اهمیت ترجیح نسبی کنشی به دیگری

سیاست راهزن گرادیانی

روش گردایان

- مبنی بر اولویت کنش‌ها نسبت به یکدیگر
- تعریف مجموعه احتملات برای کنش‌های مختلف
- انتخاب یکی از کنش‌ها با توجه احتمال‌های متناظر و اعمال به محیط
- میزان اولویت کنش a برابر $H_t(a)$
- تغییر تدریجی احتمالات
- میل احتمال کنش بهینه به مقدار یک و بقیه به سمت صفر
- ⟸ شانس انتخاب هر کنشی بسته به میزان احتمال اولویت آن

$$P\{A_t = a\} = \frac{e^{H_t(a)}}{\sum_{b=1}^{k} e^{H_t(b)}} = \pi_t(a)$$

⟸ توزیع سافت-مکس (بیشینهٔ هموار) یا توزیع گیبز یا بولتزمان

- توجه به تعریف $\pi_t(a)$
  - احتمال انتخاب کنش a در زمان t
  - اولویت یکسان تمامی کنش‌ها در آغاز

سیاست راهزن گرادیانی

وجود الگوریتمی مخصوص و داتی

- استفاده از گردایان صعودی تصادفی

$$H_{t+1}(a) = H_t(a) + \alpha \frac{\partial E[R_t]}{\partial H_t(a)}$$

$$\begin{cases} H_{t+1}(A_t) = H_t(A_t) + \alpha(R_t - \overline{R_t})\big(1 - \pi_t(A_t)\big) & \text{کنش انجام یافته} \\ H_{t+1}(a) = H_t(a) - \alpha(R_t - \overline{R_t})\pi_t(a) & \text{بقیه کنش‌ها} \end{cases}$$

در ابتدا، برابری ارزش همهٔ کنش‌ها

$$H_1(a) = 0$$

چرا صعودی و نه نزولی؟

- صعودی برای بیشینه
- نزولی برای یافتن کمینه

سیاست راهزن گرادیانی

وجود الگوریتمی مخصوص و داتی

- استفاده از گردایان صعودی تصادفی

$$H_{t+1}(a) = H_t(a) + \alpha \frac{\partial E[R_t]}{\partial H_t(a)}$$

$$\begin{cases} H_{t+1}(A_t) = H_t(A_t) + \alpha(R_t - \overline{R_t})\big(1 - \pi_t(A_t)\big) & \text{کنش انجام یافته} \\ H_{t+1}(a) = H_t(a) - \alpha(R_t - \overline{R_t})\pi_t(a) & \text{بقیه کنش‌ها} \end{cases}$$

$\overline{R_t}$ میانگین پاداش‌ها تا زمان t

- به مثابهٔ پایه مقایسه؟
  - در صورت بالاتر بودن پاداش از میانگین افزایش اولویت کنش منتخب در زمان‌های آینده
  - در صورت پایین‌تر بودن پاداش از میانگین کاهش اولویت کنش منتخب در زمان‌های آینده

سیاست راهزن گرادیانی

بیشینه‌ساز امید ریاضی پاداش‌ها

$$E[R_t] = \sum_x \pi_t(x) q_*(x)$$

مشتق از

$$E[R_t] = \sum_x \sum_r r\, \pi_t(x) R_t = \sum_x \pi_t(x) \sum_r r\, R_t = \sum_x \pi_t(x) q_*(x)$$

سیاست راهزن گرادیانی

بیشینه‌ساز امید ریاضی پاداش‌ها

$$E[R_t] = \sum_x \pi_t(x) q_*(x)$$

استفاده از گردایان صعودی تصادفی

$$H_{t+1}(a) = H_t(a) + \alpha \frac{\partial E[R_t]}{\partial H_t(a)}$$

$$\begin{cases} H_{t+1}(A_t) = H_t(A_t) + \alpha(R_t - \overline{R_t})\big(1 - \pi_t(A_t)\big) & \text{کنش انجام یافته} \\ H_{t+1}(a) = H_t(a) - \alpha(R_t - \overline{R_t})\pi_t(a) & \text{بقیه کنش‌ها} \end{cases}$$

در ابتدا، برابری ارزش همهٔ کنش‌ها

$$H_1(a) = 0$$

سیاست راهزن گرادیانی- اثبات

$$E[R_t] = \sum_x \pi_t(x) q_*(x)$$

$$\frac{\partial E[R_t]}{\partial H_t(a)} = \frac{\partial}{\partial H_t(a)} \left[\sum_x \pi_t(x) q_*(x) \right] \overset{\text{جابجایی}}{=\!=} \sum_x q_*(x) \frac{\partial \pi_t(x)}{\partial H_t(a)}$$

$$\overset{\text{چون } \frac{\partial \pi_t(x)}{\partial H_t(a)} = 0}{=\!=} \sum_x (q_*(x) - B_t) \frac{\partial \pi_t(x)}{\partial H_t(a)}$$

معمولا $B_t = \overline{R_t}$

$$\overset{*\frac{\pi_t(A_t)}{\pi_t(A_t)}}{=\!=} \sum_x (q_*(x) - B_t) \frac{\partial \pi_t(x)}{\partial H_t(a)} * \frac{\pi_t(A_t)}{\pi_t(A_t)}$$

سیاست راهزن گرادیانی- اثبات

$$= \sum_x \pi_t(A_t)(q_*(x) - B_t)\frac{\partial \pi_t(x)}{\partial H_t(a)} / \pi_t(A_t)$$

$$\cong E\left[\frac{(q_*(A_t) - B_t)\frac{\partial \pi_t(A_t)}{\partial H_t(a)}}{\pi_t(A_t)}\right]$$

$$\mathrm{E}(R_t | A_t = a) \overset{q_*(a) \text{ و } B_t = \bar{R}_t}{\cong} E\left[(R_t - \bar{R}_t)\frac{\partial \pi_t(A_t)}{\partial H_t(a)} / \pi_t(A_t)\right] \quad (*)$$

$$\cong E\left[(R_t - \bar{R}_t)\left(\mathbb{I}_{a=A_t} - \pi_t(a)\right)\right]$$

سیاست راهزن گرادیانی- اثبات

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\frac{\partial f(x)}{\partial x}g(x) - f(x)\frac{\partial g(x)}{\partial x}}{g(x)^2} \quad (**)$$

$$(**) \Longrightarrow \frac{\partial \pi_t(x)}{\partial H_t(a)} = \frac{\partial}{\partial H_t(a)}\pi_t(x)$$

$$= \frac{\partial}{\partial H_t(a)}\left[\frac{e^{H_t(x)}}{\sum_{y=1}^{k} e^{H_t(y)}}\right]$$

$$= \frac{\frac{\partial e^{H_t(x)}}{\partial H_t(a)}\sum_{y=1}^{k} e^{H_t(y)} - e^{H_t(x)}\frac{\partial \sum_{y=1}^{k} e^{H_t(y)}}{\partial H_t(a)}}{\left(\sum_{y=1}^{k} e^{H_t(y)}\right)^2}$$

سیاست راهزن گرادیانی- اثبات

$$\frac{\partial e^x}{\partial x} = e^x \overset{\text{?}}{=} \frac{\mathbb{I}_{a=x} e^{H_t(x)} \sum_{y=1}^{k} e^{H_t(y)} - e^{H_t(x)} e^{H_t(a)}}{\left(\sum_{y=1}^{k} e^{H_t(y)}\right)^2}$$

$$= \frac{\mathbb{I}_{a=x} e^{H_t(x)}}{\sum_{y=1}^{k} e^{H_t(y)}} - \frac{e^{H_t(x)} e^{H_t(a)}}{\left(\sum_{y=1}^{k} e^{H_t(y)}\right)^2}$$

$$= \mathbb{I}_{a=x} \pi_t(x) - \pi_t(x) \pi_t(a)$$

$$= \pi_t(x)\left(\mathbb{I}_{a=x} - \pi_t(a)\right)$$

سیاست راهزن گرادیانی- اثبات

$$H_{t+1}(a) = H_t(a) + \alpha \frac{\partial E[R_t]}{\partial H_t(a)}$$
$$= H_t(a) + \alpha E\left[(R_t - \bar{R}_t)\left(\mathbb{I}_{a=x} - \pi_t(a)\right)\right]$$
$$\approx H_t(a) + \alpha (R_t - \bar{R}_t)\left(\mathbb{I}_{a=x} - \pi_t(a)\right)$$

توجه به خود پاداش نمونه به جای امید ریاضی

- بوتس‌تراپینگ! فرزند وصال خویشتن!
- پاداش دریافتی اهمیت زیادی می‌دهیم←خودراه‌اندازی

سیاست راهزن گرادیانی

افزایش احتمال انتخاب دوبارهٔ کنشی با دریافت پاداشی بیشتر از مقدار پایه

- متقابلا، کاهش یک‌اندازهٔ احتمال سایر کنش‌ها

کاهش احتمال انتخاب دوبارهٔ کنشی با دریافت پاداشی کمتر از مقدار پایه

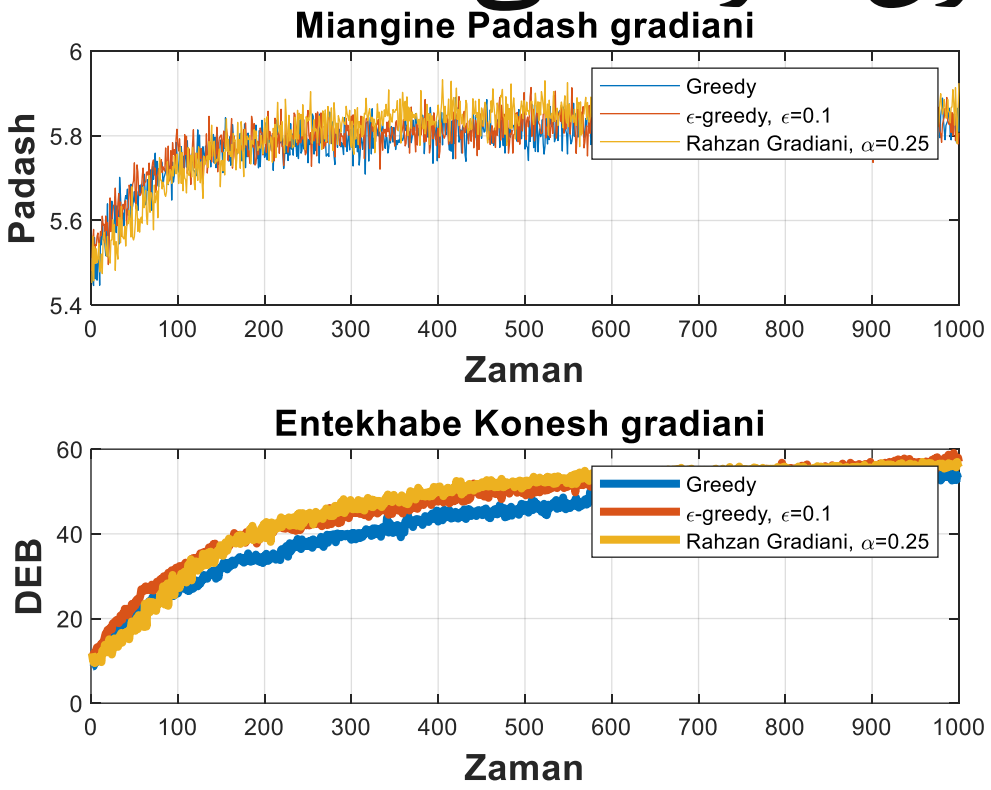
- متقابلا، افزایش یک‌اندازهٔ احتمال سایر کنش‌ها

جهت کاهش وردائی بهتر است میانگین پاداش‌ها غیرصفر

امکان اختیار هر مقدار دلخواه برای مقدار پایه

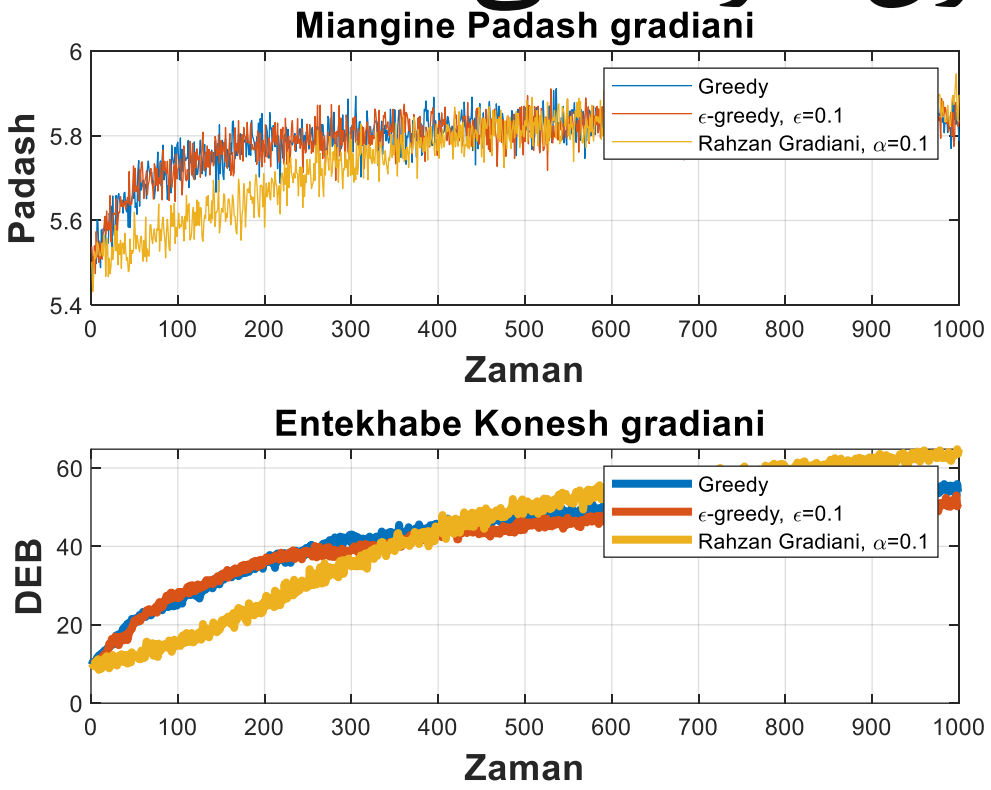
- معمولا میانگین نمونه‌های ثبت شده

سیاست راهزن گرادیانی



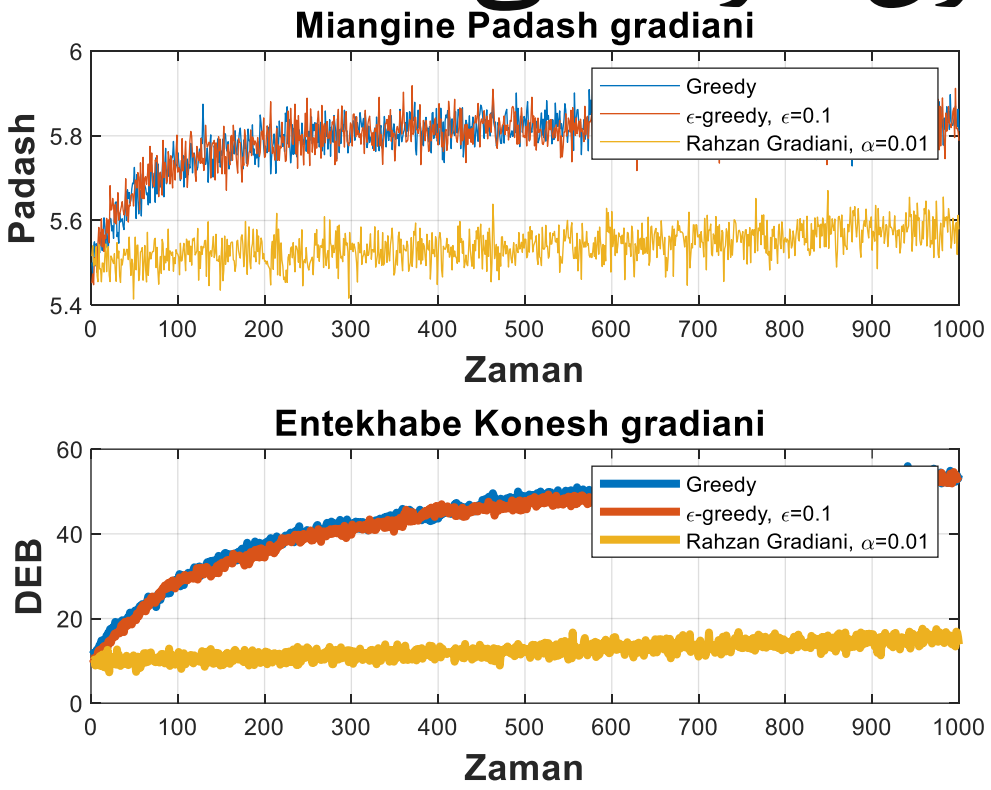
$\alpha = 0.25$

سیاست راهزن گرادیانی



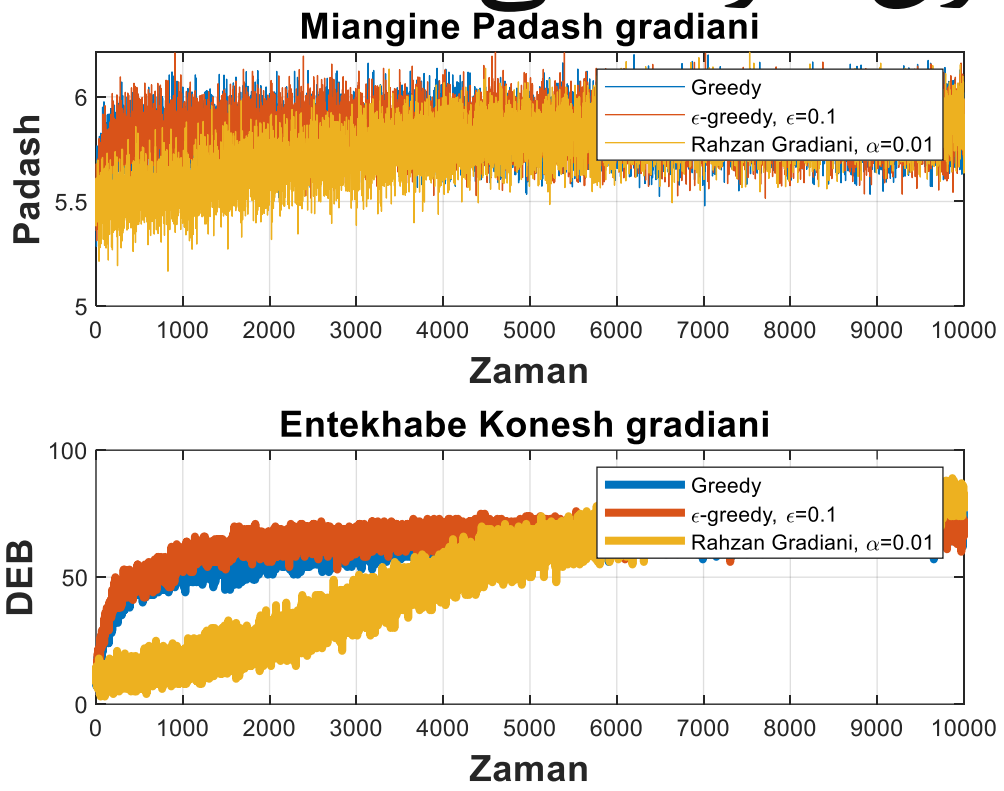
$\alpha = 0.1$

سیاست راهزن گرادیانی



$\alpha = 0.01$

سیاست راهزن گرادیانی



$\alpha = 0.01$

سیاست راهزن گرادیانی

دارای زمان محاسبهٔ بیشتر نسبت به حریصانه با اپسیلون

- دارای دردسر در تعمیم به دیگر مسائل

راهزن زمینه‌ای؟! جستجوی مرتبط؟!

صرفا پرداختن به جستجوی فارغ از محیط
- به دنبال یافتن بهترین کنش
- یا یافتن بهترین کنش و رهگیری آن در محیط نامانا

تغییر پاداش کنش‌ها (تغییر رفتار)
- نامانا
  - لزوما دارای پاسخ مناسب نیست
  - مگر در هنگام تغییرات محدود

فرض
- چشمکی با تغییر رفتار!
  - سبز اهرم پنج
  - سفید اهرم هفت
  - سرخ اهرم یک
  - جستجوی مرتبط associative search
  - راهزن زمینه‌ای contextual bandit
  - مرز میان راهزن معمول و یادگیری تقویتی
  - یادگیری در صورتی که انتخاب فعلی بر آینده نیز تاثیر بگذارد

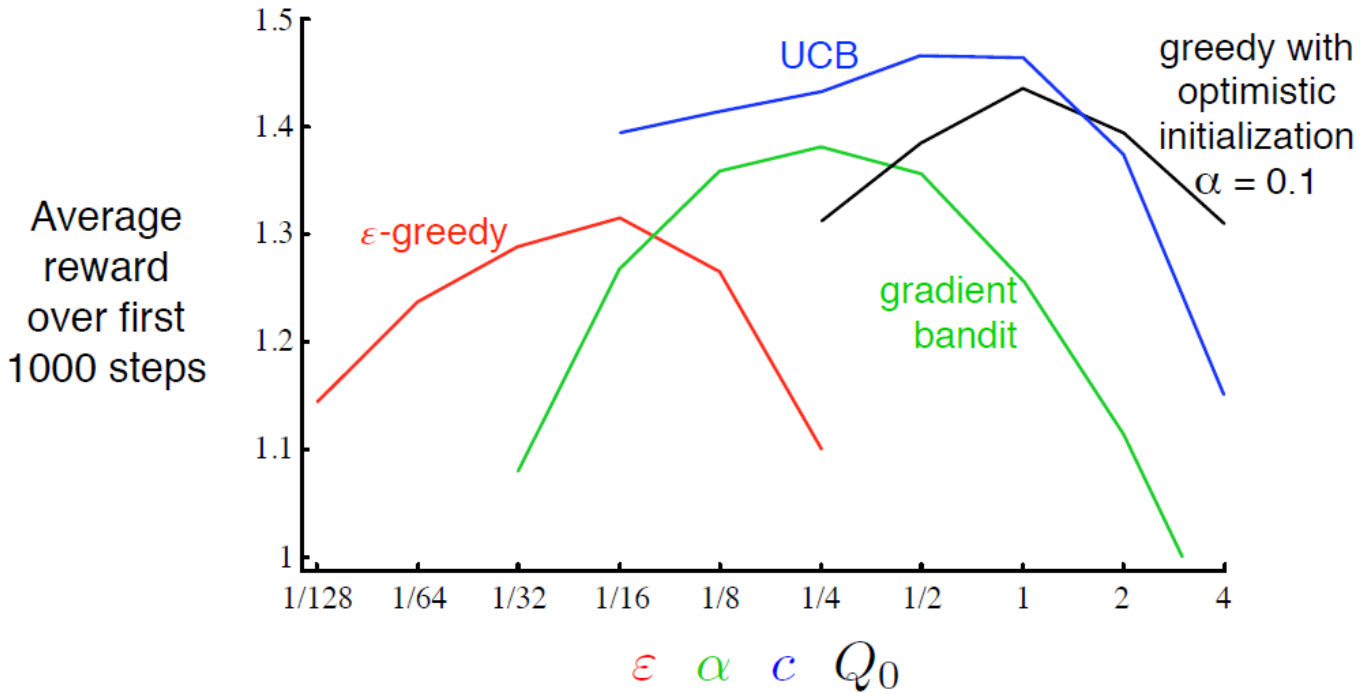
مقایسه بهره-کاوش یاب‌ها

معین در مقابل نامعین
- انتخاب نامعین روشمند در مقابل تصادفی
- توزیع گیبز

همه بر مبنای پارامتر

منحنی یادگیری
- مطالعات پارامتر
- منحنی درجه دو کاو
- حساسیت

سادگی روش‌ها
- مناسبتر از پیچیده‌ها



منابع

ساتن

زندی

ؤثرؤاکس